

**І.Бойко, докт.техн.наук; С. Лупенко, канд.техн.наук; А. Луцків**

*Тернопільський державний технічний університет імені Івана Пулюя*

## **МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ДИНАМІЧНОГО ПІДПISУ З УРАХУВАННЯМ ЙОГО СЕГМЕНТНОЇ СТРУКТУРИ**

*У статті запропоновано нову математичну модель динамічного підпису, що враховує його сегментну структуру для задач аутентифікації особи у комп'ютерних інформаційних системах. Розглянуто методи попередньої і статистичної обробки сегментованого динамічного підпису. Запропоновано діагностичні ознаки за сегментованим динамічно введеним підписом. Розроблено методи статистичного аналізу інваріантних сегментів динамічного підпису.*

**I.Bojko; S.Lupenko; A.Lutskiv**

## **MATHEMATICAL MODEL OF ON-LINE SIGNATURE WITH SEGMENT STRUCTURE**

*In the article new more accurate mathematical model of the dynamic handwritten signature with segment structure for authentication of the person in computer information systems are presented. Methods of preprocessing and statistic processing of segmented dynamic signature, diagnostic attributes of person by segmented dynamic signature, methods of the statistical analysis of the invariant signature segments are offered.*

### **Вступ**

Важливим елементом при розробці сучасних інформаційних систем є створення досконалих і доступних методів аутентифікації особи. Особливе місце серед методів аутентифікації займають методи біометричної аутентифікації[1,2,3], зокрема на основі динамічних біометричних ознак, які базуються на особливостях підсвідомої поведінки особи: відтворенні фрази голосом, відтворенні підпису, клавіатурному почерку.

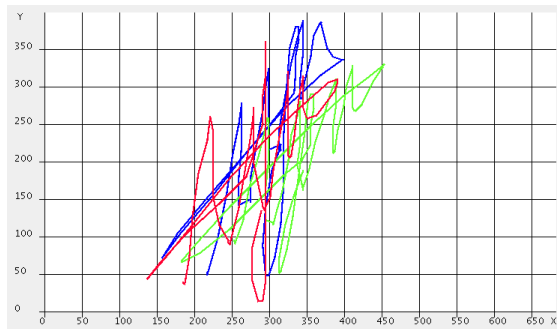


Рисунок 1 – Статичні підписи.

Зауважимо, що підпис є класичним способом підтвердження аутентичності особи, а розробка автоматизованих систем біометричної аутентифікації особи за динамічно введеним підписом, що входять до складу інформаційних систем, є актуальною і перспективною задачею у зв'язку з традиційністю і зручністю для користувача.

Основною складовою автоматизованої системи аутентифікації особи за динамічним підписом є програмне забезпечення,

функціонування якого визначається алгоритмом роботи, який, у свою чергу, базується на математичній моделі динамічного підпису. Придатність математичної моделі визначається адекватністю її об'єкту моделювання та задачам дослідження.

Аналізуючи реалізації статичних підписів (рис.1) і відповідні їм реалізації динамічних підписів однієї особи, можна зробити висновок, що вони мають мінливий характер. Це проявляється у деякій відмінності для окремих реалізацій у тривалості вводу підпису, розмаху пера при вводу підпису і початковій позиції пера на пристрої вводу [1,4]. Проте за мінливістю реалізацій динамічного підпису прихована певна його інваріантна структура, яка характеризує особу. Тому для врахування мінливості реалізацій динамічного підпису доцільно розробляти його математичну модель у рамках стохастичного підходу[4] і розглядати траєкторії руху пера вздовж осей  $x$  і  $y$  як два випадкових процеси. Математичну модель динамічно введеного підпису у рамках стохастичного підходу описано в роботі [4].

Візуально аналізуючи як статичний, так і динамічний підписи, можна зробити висновок, що він має сегментну структуру, яка у різних осіб буде різною. Хоча процес відтворення підпису однієї особи і може варіюватися, проте кількість сегментів і їх ймовірнісні характеристики для однієї особи є незмінними характеристиками, тому математична модель динамічного підпису, що описана в [4], може бути суттєво уточнена шляхом поділу останнього на сегменти і подальшого аналізу кожного сегмента окремо. Також можна стверджувати, що кількість сегментів і статистичні характеристики кожного сегмента є репрезентативними ознаками динамічного підпису особи.

В даній роботі здійснюється уточнення математичної моделі динамічного підпису, яка описана в роботі [4], шляхом урахування його сегментної структури.

### Математична модель динамічного підпису, що враховує його сегментну структуру

Як було зазначено в [4], математичну модель динамічного підпису можна зобразити у вигляді вектора  $\Theta(\omega, t) = \{\xi(\omega, t), \eta(\omega, t)\}$  двох випадкових процесів  $\xi(\omega, t)$ : випадковий процес, що описує траєкторію руху пера вздовж осі  $x$  у часі, і  $\eta(\omega, t)$  — випадковий процес, що описує траєкторію руху пера вздовж осі  $y$  у часі. Враховуючи наявність у динамічному підписі сегментів, запишемо процеси  $\xi(\omega, t)$  і  $\eta(\omega, t)$  у такому вигляді:

$$\xi(\omega, t) = \sum_{n=1}^N \xi_n(\omega, t), \quad \omega \in \Omega, \quad t \in [t_1, \infty); \quad (1)$$

$$\eta(\omega, t) = \sum_{n=1}^N \eta_n(\omega, t), \quad \omega \in \Omega, \quad t \in [t_1, \infty), \quad (2)$$

де  $N$  — кількість сегментів, яка є однаковою для процесів  $\xi(\omega, t)$  і  $\eta(\omega, t)$ , але для різних осіб буде відрізнятися,  $\xi_n(\omega, t)$  і  $\eta_n(\omega, t)$ ,  $n = \overline{1, N}$  — випадкові процеси, що відповідають сегментам підпису. Кожна реалізація  $\xi_\omega(t)$  і  $\eta_\omega(t)$  задана на області  $[t_1, \infty)$ , але на області  $[t_1, \infty) \setminus W(\omega)$  вона тотожно дорівнює нулю:  $\xi_\omega(t) = 0$ ,  $\eta_\omega(t) = 0$ ,  $t \in [t_1, \infty) \setminus W(\omega)$ .

Також можна записати наступне співвідношення для процесів, що відповідають сегментам динамічного підпису  $\xi(\omega, t)$  і  $\eta(\omega, t)$ :

$$\xi_n(\omega, t) = \xi(\omega, t) \cdot I_{W_n}(\omega)(t), \quad (3)$$

$$\eta_n(\omega, t) = \eta(\omega, t) \cdot I_{W_n}(\omega)(t), \quad (4)$$

де  $I_{W_n}(\omega)(t)$  - індикаторна функція  $n$ -го сегмента підпису:

$$I_{W_n}(\omega)(t) = \begin{cases} 1, & t \in W_n(\omega) \\ 0, & t \notin W_n(\omega) \end{cases}, \quad (5)$$

$W_n(\omega)$  — це випадковий півінтервал:

$$W_n(\omega) = [t_n(\omega), t_{n+1}(\omega)), \quad n = \overline{1, N}, \quad \omega \in \Omega, \quad (6)$$

що відповідає  $n$ -му сегменту динамічного підпису. Для всіх областей  $\{W_n(\omega), n = \overline{1, N}\}$  мають місце співвідношення:

$$\bigcup_{n=1}^N W_n(\omega) = W(\omega), \quad W(\omega) = [t_1(\omega), t_{N+1}(\omega)), \quad W_n(\omega) \cap W_m(\omega) = \emptyset, \quad m \neq n, \quad (7)$$

де  $\{t_n(\omega), n = \overline{1, N}\}$  - множина випадкових моментів часу початку  $n$ -х сегментів динамічного підпису;  $\{\Delta_n(\omega) = t_{n+1}(\omega) - t_n(\omega), n = \overline{1, N}\}$  - множина випадкових величин, що описують тривалості сегментів підпису.

Отже, маємо випадкове розбиття  $D(\omega)$  випадкової області  $W(\omega) = [t_1(\omega), t_{N+1}(\omega))$ :

$$D(\omega) = \{W_n(\omega) = [t_n(\omega), t_{n+1}(\omega)), n = \overline{1, N}\}, \omega \in \Omega. \quad (8)$$

У роботі висувається гіпотеза про те, що вектор  $\{t_n(\omega), n = \overline{1, N}\}$  є вектором нормально розподілених випадкових величин із обрізаними законами розподілу, що характеризується вектором математичних сподівань  $\{M\{t_n(\omega)\} = t_n, n = \overline{1, N}\}$ , причому  $t_{n+1}(\omega) > t_n(\omega), \forall \omega \in \Omega$ . З цим розбиттям пов'язаний вектор випадкових індикаторних функцій (5)  $\{I_{W_n}(\omega)(t), t \in [t_1, \infty), \omega \in \Omega\}$ .

Запишемо вирази для компонент  $\{\xi_n(\omega, t)\}$  і  $\{\eta_n(\omega, t)\}$  з врахуванням результатів роботи [4]:

$$\xi_n(\omega, t) = A_{\xi_n}(\omega) \cdot \xi_n^0(\omega, \alpha_n(\omega) \cdot t) + B_{\xi_n}(\omega), t \in [t_1, \infty), \quad (9)$$

$$\eta_n(\omega, t) = A_{\eta_n}(\omega) \cdot \eta_n^0(\omega, \alpha_n(\omega) \cdot t) + B_{\eta_n}(\omega), t \in [t_1, \infty), \quad (10)$$

де  $\{\xi_n^0(\omega, t), n = \overline{1, N}\}$  і  $\{\eta_n^0(\omega, t), n = \overline{1, N}\}$  — це множини випадкових процесів, що характеризують інваріантну складову відповідних сегментів динамічного підпису.  $\{A_{\xi_n}(\omega), A_{\eta_n}(\omega)\}, \{B_{\xi_n}(\omega), B_{\eta_n}(\omega)\}, \{\alpha_n(\omega)\}$  — множини випадкових величин, що враховують мінливість (варіативність) тривалості, амплітуди та початкової точки вводу динамічного підпису для кожного  $n$ -го сегмента.

Отже, для кожного сегмента динамічного підпису існує своя випадкова функція  $\xi_n^0(\omega, t)$  і  $\eta_n^0(\omega, t), t \in [t_n, t_{n+1})$  та набір випадкових величин  $\{A_{\xi_n}(\omega), \alpha_n(\omega), B_{\xi_n}(\omega)\}$  і  $\{A_{\eta_n}(\omega), \alpha_n(\omega), B_{\eta_n}(\omega)\}$ .

Тоді модель динамічного підпису буде мати наступний вигляд:

$$\xi(\omega, t) = \sum_{n=1}^N A_{\xi_n}(\omega) \cdot \xi_n^0(\omega, \alpha_n(\omega) \cdot t) + B_{\xi_n}(\omega), t \in [t_1, \infty), \quad (11)$$

$$\eta(\omega, t) = \sum_{n=1}^N A_{\eta_n}(\omega) \cdot \eta_n^0(\omega, \alpha_n(\omega) \cdot t) + B_{\eta_n}(\omega), t \in [t_1, \infty). \quad (12)$$

Отже, два вектори:

$$\Theta_{\xi}(\omega, t) = \{\xi_n(\omega, t), t \in [t_1, \infty)\}, \quad (13)$$

$$\Theta_{\eta}(\omega, t) = \{\eta_n(\omega, t), t \in [t_1, \infty)\} \quad (14)$$

є моделлю динамічного підпису з сегментною структурою, кожна  $n$ -на компонента яких на випадковій області  $[t_1, \infty) \setminus W_n(\omega)$  тотожно рівна нулю. А вектори

$$\Theta_{\xi}^0(\omega, t) = \{\xi_n^0(\omega, t), n \in \overline{1, N}\}, t \in [0, 1), \quad (15)$$

$$\Theta_{\eta}^0(\omega, t) = \{\eta_n^0(\omega, t), n \in \overline{1, N}\}, t \in [0, 1) \quad (16)$$

є моделлю інваріантних складових сегментів динамічного підпису.

### Можливі підходи до сегментації динамічно введеного підпису

Необхідним та важливим елементом використання математичної моделі з врахуванням сегментної структури є розробка методу поділу на сегменти динамічного

підпису. Для виділення сегментів підпису можна використовувати різні підходи. Зокрема, якщо підпис відтворюється з відривом пера під час написання, то сегментами підпису можна вважати штрихи, які відтворюються між відривами пера. Проте цей метод сегментації не завжди можливо використовувати, оскільки деякі особи відтворюють підпис без відривів.

Іншим способом сегментації підпису є врахування сили натиску пера на планшет. При даному підході можна вважати сегментами штрихи, які знаходяться між точками збільшення або зменшення натиску. Проте даний метод має обмеження технічного характеру: не кожен пристрій отримання динамічного підпису дозволяє реєструвати силу натиску.

Можливим є також використання способів сегментації, що застосовуються для інших біометричних сигналів, наприклад, для виділення сегментів електрокардіосигналу – метод “розладки” [5]. У даному методі використовуються непараметричні статистики, які дозволяють виділяти моменти різкої зміни ймовірнісних характеристик процесів:

$$S_{\xi_{\omega}}(l) = \frac{1}{l} \sum_{k=1}^l \xi_{\omega}(k) - \frac{1}{K-l} \sum_{k=l+1}^K \xi_{\omega}(k), \quad (17)$$

$$S_{\eta_{\omega}}(l) = \frac{1}{l} \sum_{k=1}^l \eta_{\omega}(k) - \frac{1}{K-l} \sum_{k=l+1}^K \eta_{\omega}(k), \quad (18)$$

де  $S_{\xi_{\omega}}(l)$  і  $S_{\eta_{\omega}}(l)$  - значення  $l$ -го відліку статистики,  $l = \overline{1, K-1}$ ;  $K$  - кількість відліків зареєстрованої реалізації;  $\xi_{\omega}(k)$  і  $\eta_{\omega}(k)$  - позначення  $k$ -х відліків реалізацій дискретизованого підпису,  $k = \overline{1, K}$ . Статистики (17), (18) дозволяють виявити моменти часу, які відповідають різким змінам математичного сподівання досліджуваного випадкового процесу. Приклад обчислених статистик (17) та (18) для динамічно введеного підпису наведено на рис.2г, рис.2h. Даний метод також може бути використаний при аналізі рукописного тексту, наприклад, для виділення з тексту окремих слів.

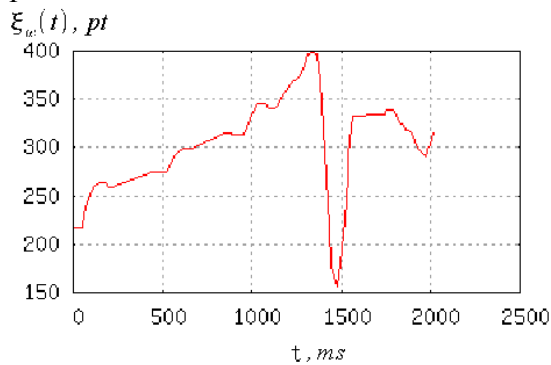


Рис. 2а

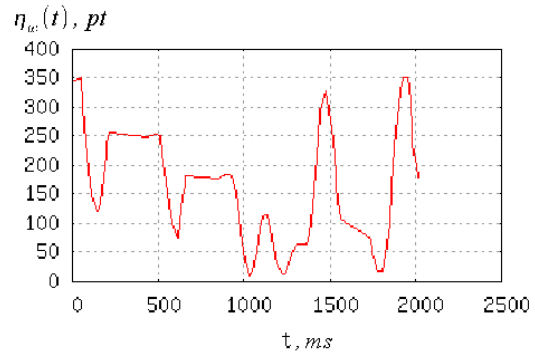


Рис. 2b

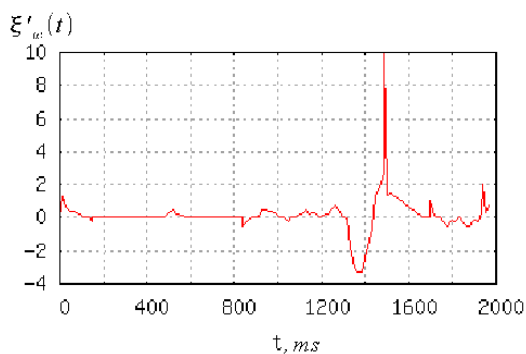


Рис. 2с

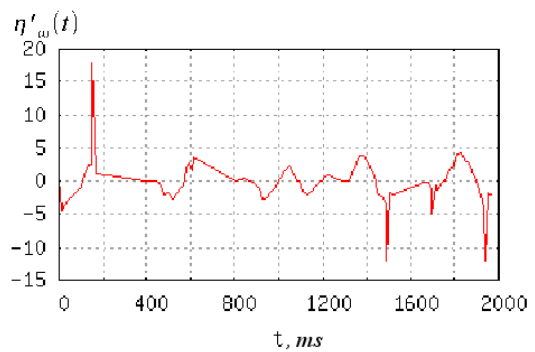


Рис. 2d

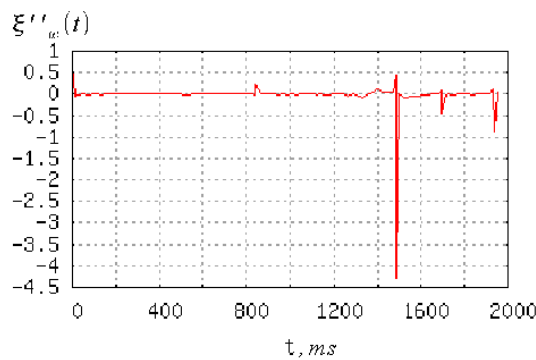


Рис. 2е

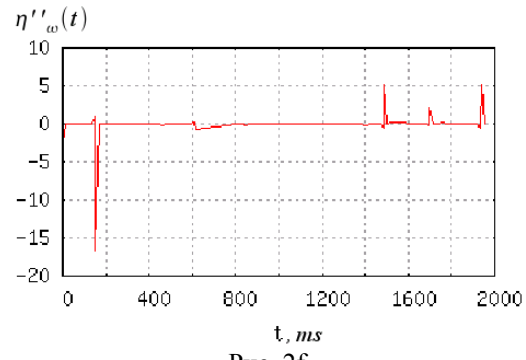


Рис. 2f

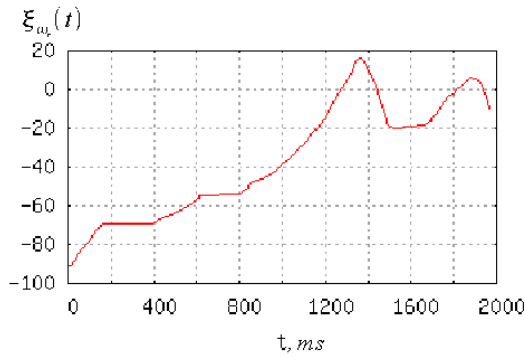


Рис. 2g

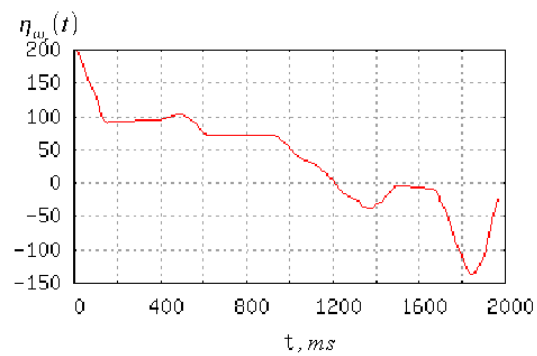


Рис. 2h

Рисунок 2 – Сегментація підпису: а) реалізація  $\xi_\omega(t)$ ; б) реалізація  $\eta_\omega(t)$ ; в) перша похідна  $\xi'_\omega(t)$  реалізації процесу  $\xi_\omega(t)$ ; д) перша похідна  $\eta'_\omega(t)$  реалізації процесу  $\eta_\omega(t)$ ; е) друга похідна  $\xi''_\omega(t)$  реалізації процесу  $\xi_\omega(t)$ ; ф) друга похідна  $\eta''_\omega(t)$  реалізації процесу  $\eta_\omega(t)$ ; г) функція “розладки”  $\xi_{\omega_r}(t)$  реалізації процесу  $\xi_\omega(t)$ ; г) функція “розладки”  $\eta_{\omega_r}(t)$  реалізації процесу  $\eta_\omega(t)$ .

Аналізуючи графіки реалізацій процесів  $\xi(\omega, t)$  (рис.2а) і  $\eta(\omega, t)$  (рис.2б), зрозуміло, що сегментувати підпис необхідно за локальними мінімумами і максимумами, які, власне, і можуть служити точками поділу. Знайти точки локальних мінімумів і максимумів можна шляхом сумісного аналізу значення першої (рис.2с, рис.2д) і другої (рис.2е, рис.2ф) похідних. Зокрема, корисною при сегментації таким способом є інформація про:

- ввігнутість ( $f''(x) < 0$ );
- опуклість ( $f''(x) > 0$ );
- точки перегину ( $f''(x) = 0$ );
- ділянки сталості ( $f'(x) = 0$ );

реалізації динамічного підпису.

Ще одним можливим способом сегментації підпису є використання порогового методу, де моменти перетину порогового значення реалізацією чи її похідною приймаються за початки відповідних сегментів підпису. Проте для реалізації даного методу і розробки універсального алгоритму необхідно сформулювати чітку систему правил, що можна зробити лише емпірично, маючи достатньо великий обсяг статистичних даних.

На думку авторів, саме пороговий метод може бути використаний при розробці реальної системи аутентифікації на основі динамічного підпису. Також при поділі підпису на сегменти необхідно враховувати взаємозв'язок між реалізаціями  $\xi_\omega(t)$  і  $\eta_\omega(t)$ . А при врахуванні сили натиску – враховувати ще й третю складову.

Оскільки динамічні підписи можуть суттєво відрізнятися у різних осіб, то, відповідно, і сегментні структури будуть різними. Отже, при розробці системи

аутентифікації методи сегментації динамічних підписів мають бути адаптивними до відповідного типу підпису.

Для ілюстрації сегментації підпису можна використати наступний метод (рис.3), який не є універсальним, проте дозволить провести апробацію запропонованої уточненої моделі. Даний метод сегментації є адекватним для реалізації  $\xi_\omega(t)$  підпису, зображеного на рисунку 2а. Розглянемо сегментацію даної реалізації детальніше.

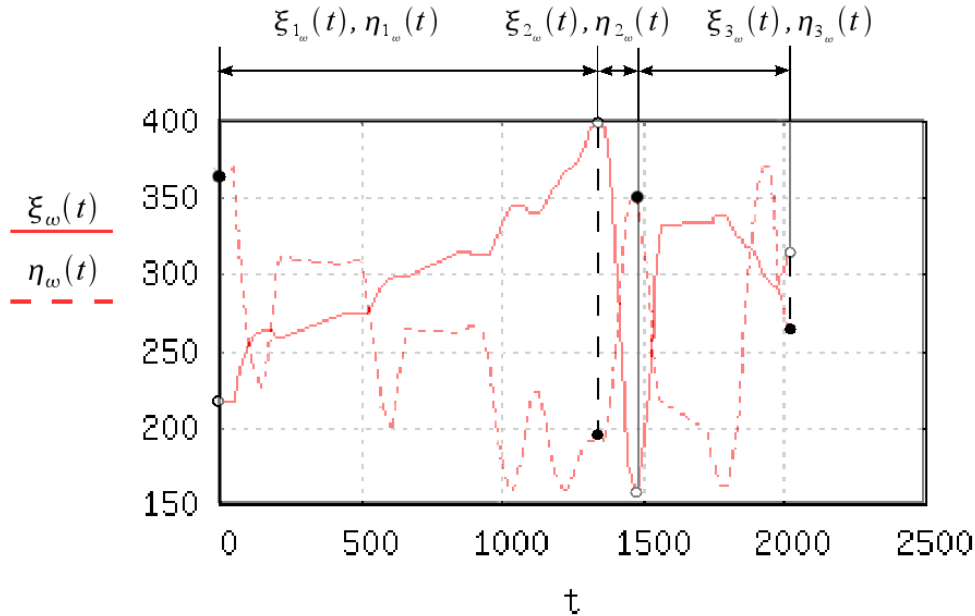


Рисунок 3 – Приклад найпростішої сегментації динамічного підпису.

Візуально аналізуючи реалізацію  $\xi_\omega(t)$  на рис.2а, вважатимемо точками розбиття на сегменти точки максимуму і мінімуму. Реалізація алгоритму даного методу на ЕОМ також є дуже простою і зводиться до відшукування у масиві точок реалізації  $x(t)$  максимального і мінімального значень.

Вважатимемо першим сегментом частину реалізації  $\xi_\omega(t)$  від 0 до максимального значення реалізації, другим сегментом – частину реалізації  $\xi_\omega(t)$  від максимального значення до мінімального значення, а третім – від мінімального значення до кінця реалізації (рис.3).

Відповідно за точки поділу реалізації  $\eta_\omega(t)$  беруться отримані точки поділу реалізації  $\xi_\omega(t)$ . Реалізувавши даний алгоритм і сегментувавши даний підпис, отримаємо реалізації, що подані на рисунках 4а, 4б, 4с, 4д першого і третього сегментів. На основі проведеної сегментації динамічного підпису можемо бачити, яким сегментам динамічного підпису відповідають фрагменти статичного (рис.4е, рис.4ф).

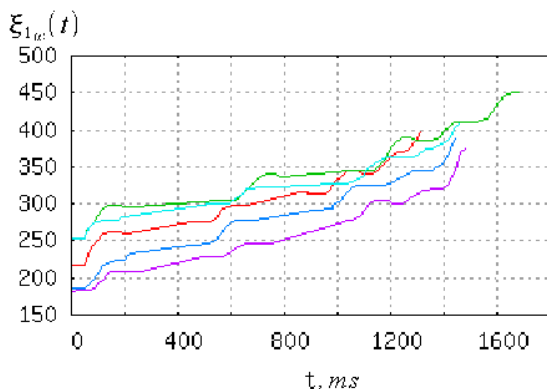


Рис. 4а

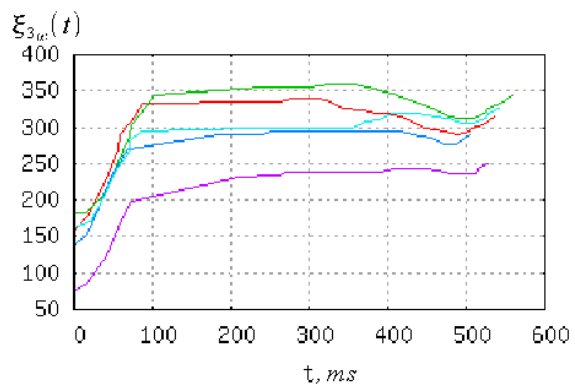


Рис. 4б

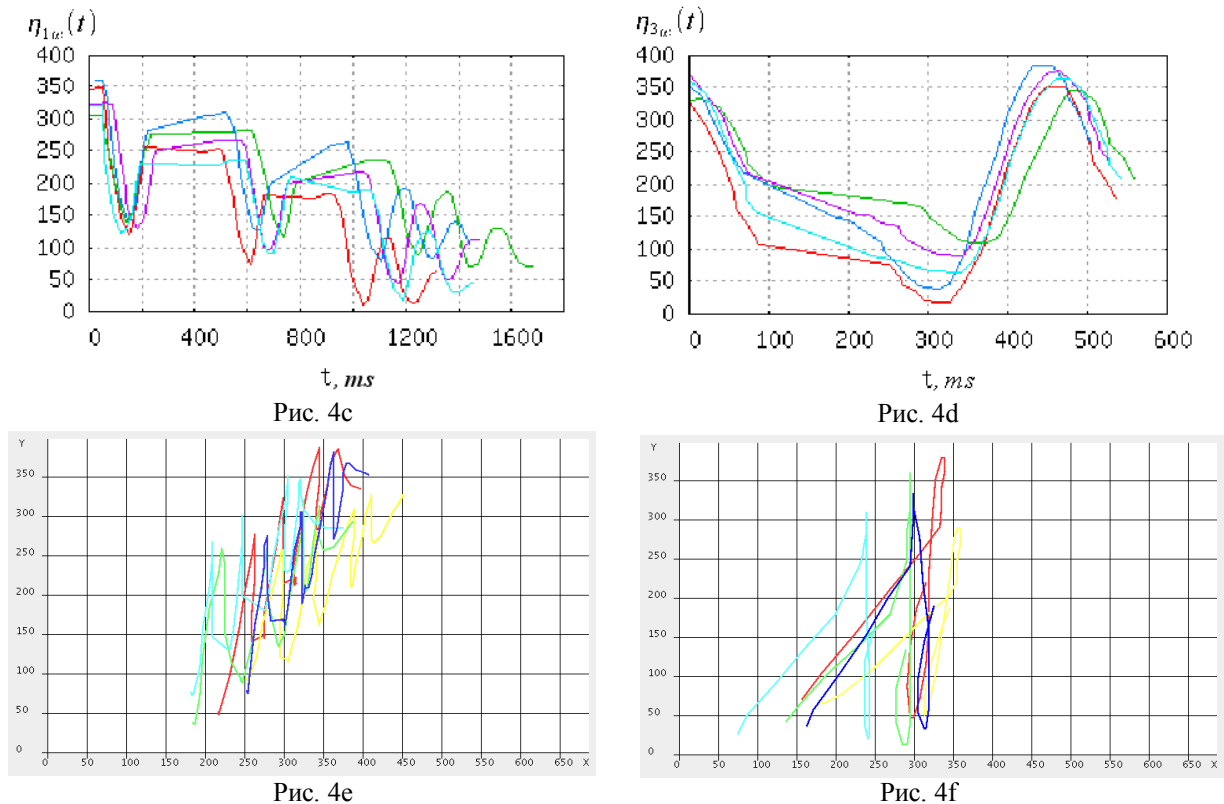


Рисунок 4 – Результати сегментації динамічного підпису.

На рисунку 4 наведені перший і третій сегменти динамічного підпису, а також відповідні їм фрагменти статичного підпису. Можна відзначити важливу особливість аналізу динамічного підпису – ми можемо виділити послідовність введення елементів підпису, зокрема його сегментів, на відміну від статичного підпису. А при аутентифікації послідовність вводу відіграє вагомий роль.

#### Попередня обробка сегментів динамічного підпису

Після отримання сегментованого підпису здійснимо його попередню обробку. Для цього використаємо методи, які є аналогічні до методів, що використовувалися для попередньої обробки усієї реалізації динамічного підпису. Зокрема, здійснюється зсув всіх сегментів у точку початку координат (визначаються реалізації випадкових величин  $B_{\xi_n}(\omega)$  і  $B_{\eta_n}(\omega)$ ), масштабування за варіацією кожного сегмента підпису до одиниці (визначаються реалізації випадкових величин  $A_{\xi_n}(\omega)$  і  $A_{\eta_n}(\omega)$ ), масштабування за тривалістю відтворення кожного сегмента до одиниці (визначається реалізація випадкової величини  $\alpha_n(\omega)$ ). Детально методи попередньої обробки динамічного підпису описані у роботі [4]. На рисунку 5 наведено результати попередньої обробки сегментів динамічного підпису.

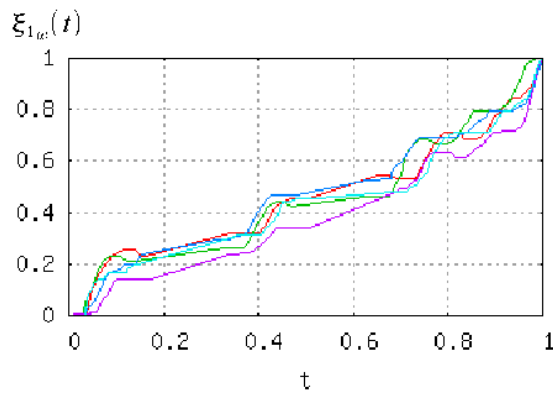


Рис. 5a

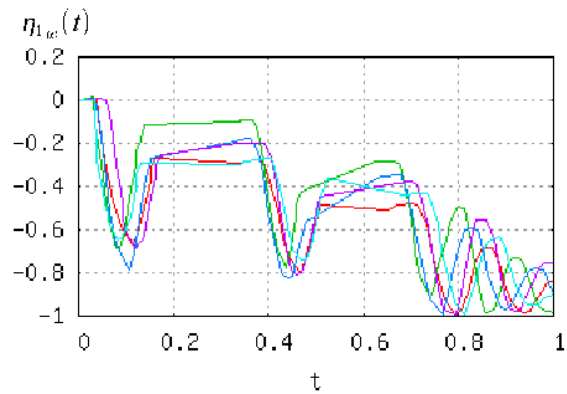


Рис. 5b

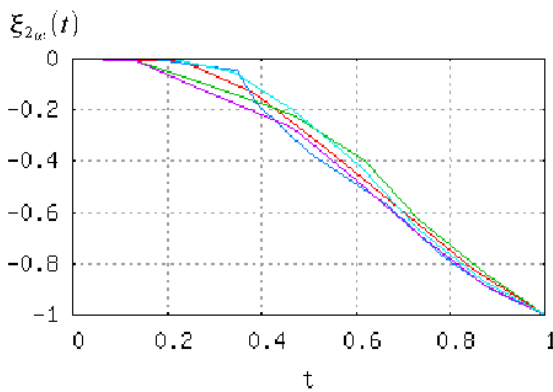


Рис. 5c

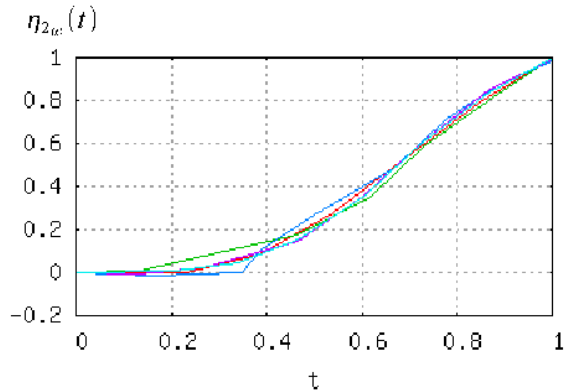


Рис. 5d

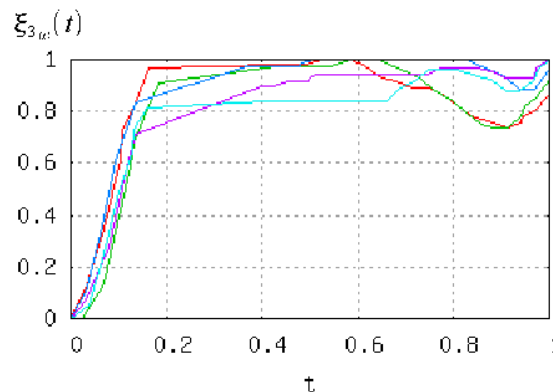


Рис. 5e

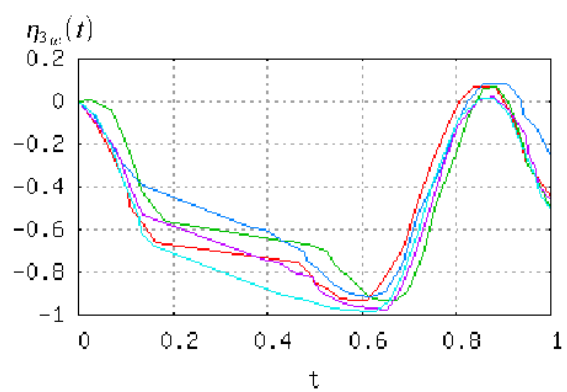


Рис. 5f

Рисунок 5 – Результати попередньої обробки сегментів динамічного підпису.

Як видно із графіків рисунка 5, після попередньої обробки сегменти стали засинхронізованими і змасштабованими в одиничне вікно, що дає змогу коректно застосовувати методи статистичного аналізу для оцінювання ймовірнісних характеристик динамічно введеного підпису.

### Статистична обробка сегментів динамічного підпису

Після попередньої обробки сегментів підпису оцінимо ймовірнісні характеристики, які можуть використовуватися як діагностичні ознаки, зокрема:

1. Ймовірнісні характеристики вектора випадкових величин кожного сегмента:  $\{A_{\xi_n}(\omega), A_{\eta_n}(\omega), \alpha_n(\omega)\}$ .
2. Ймовірнісні характеристики інваріантних сегментів динамічного підпису.
3. Кількість сегментів динамічного підпису.

Оцінимо математичне сподівання (перший початковий момент) і центральну моментну функцію другого порядку (дисперсію) інваріантного сегмента підпису.

Статистичне оцінювання ймовірнісних характеристик сегментів динамічного



підпису здійснюється так, як це описано у роботі [4].

Зауважимо лише, що статистичне усереднення здійснюється за ансамблем засинхронізованих реалізацій сегментів. На рисунку 6 наведено оцінки математичного сподівання попередньо оброблених сегментів динамічного підпису, що відповідають рисунку 5. На рисунку 7 наведено оцінку дисперсії сегментів динамічного підпису.

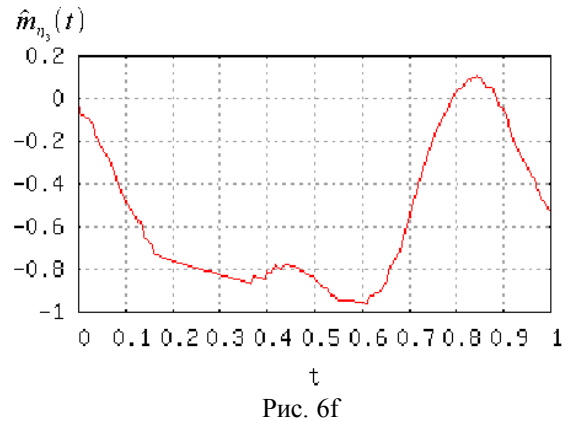
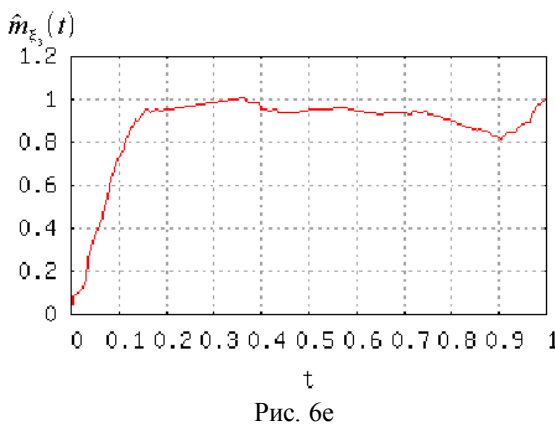
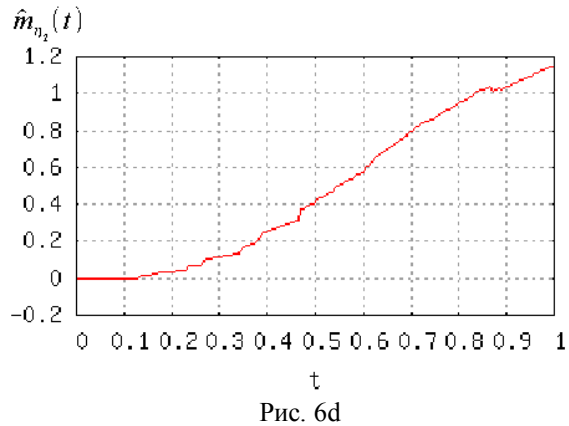
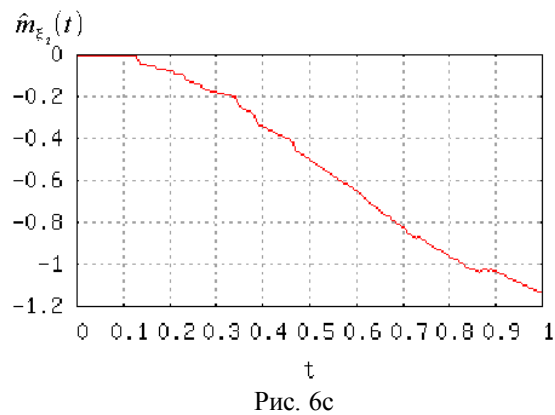
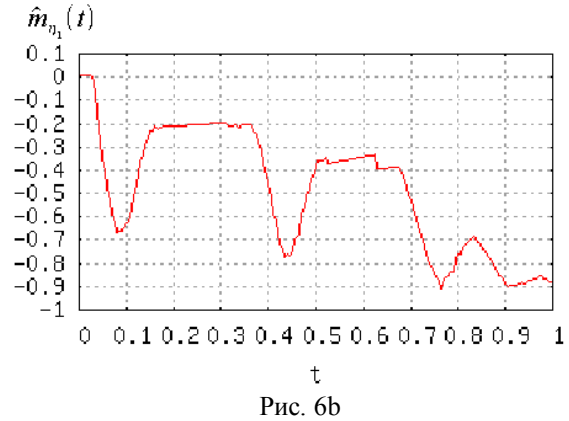
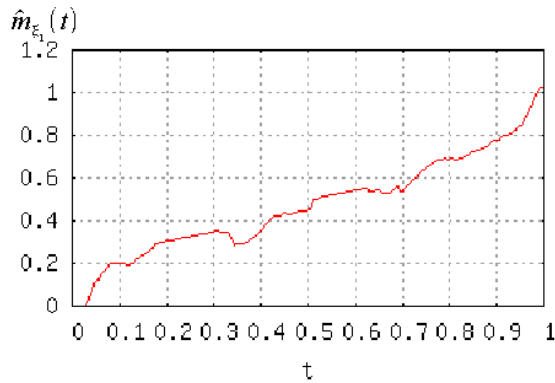


Рисунок 6 – Оцінка початкової моментної функції першого порядку (математичне сподівання) інваріантних сегментів підпису.

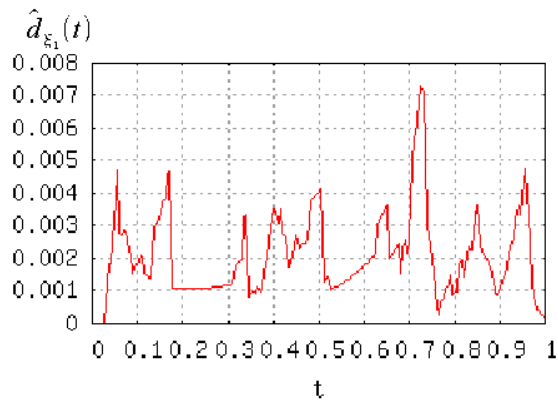


Рис. 7a

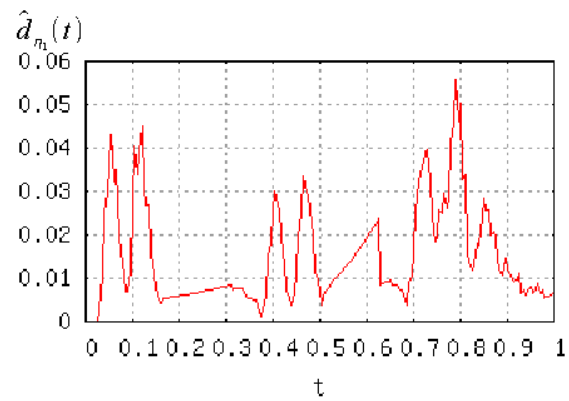


Рис. 7b

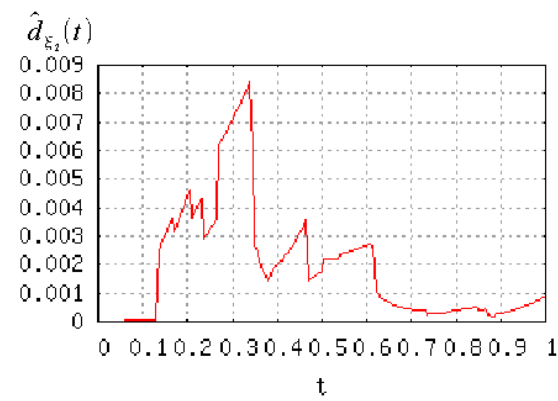


Рис. 7c

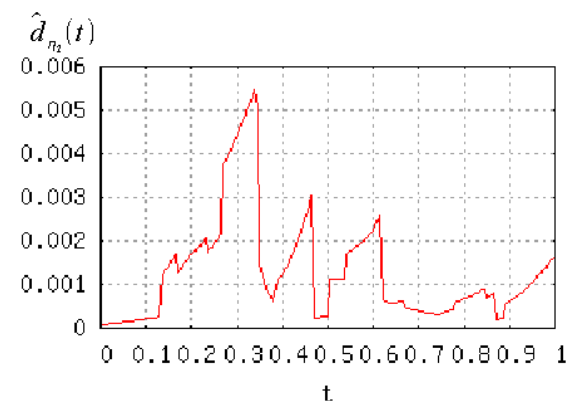


Рис. 7d

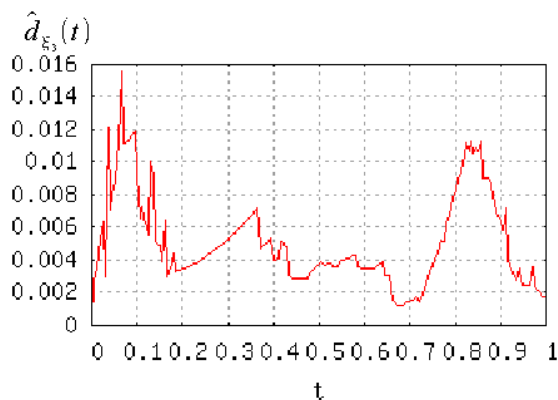


Рис. 7e

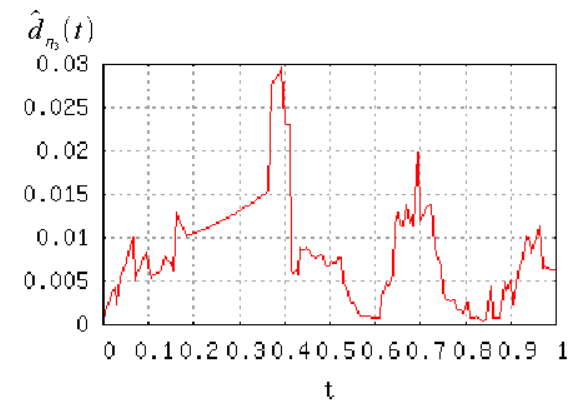


Рис. 7f

Рисунок 7 – Оцінка центральної моментної функції другого порядку (дисперсії) інваріантних сегментів підпису.

Проаналізуємо результати статистичної обробки динамічного підпису. Для цього порівняємо максимальні і середні значення дисперсії сегментованого і несегментованого динамічного підпису (табл.1, табл.2).

Таблиця 1 – Максимальні значення дисперсії сегментованого і несегментованого підписів

		$\hat{d}_{max_{\xi}}$	$\hat{d}_{max_{\eta}}$
Сегментований підпис	1-й сегмент	0,008	0,06
	2-й сегмент	0,009	0,006
	3-й сегмент	0,016	0,03
Несегментований підпис		0,18	0,16

Таблиця 2 – Середні значення дисперсії сегментованого і несегментованого підписів

		$\hat{d}_{c_{\xi}}$	$\hat{d}_{c_{\eta}}$
Сегментований підпис	1-й сегмент	0,002079774	0,014986192
	2-й сегмент	0,001854055	0,001274173
	3-й сегмент	0,005051640	0,008229019
Сегментований підпис		0,002995156	0,008163128
Несегментований підпис		0,017343042	0,026139452

Як бачимо, дисперсія при сегментації підпису на порядок менша дисперсії при його обробці без сегментації. Отже, аналізуючи значення дисперсії сегментованого і несегментованого динамічного підпису, можна зробити висновок, що запропонована математична модель, яка враховує сегментну структуру підпису, дозволяє підвищити точність опису динамічного підпису, а, отже, і достовірніше проводити аутентифікацію особи. Також можна зауважити, що кількість сегментів впливає на точність попередньої обробки – зі збільшенням їх кількості підвищується точність, але ускладнюються алгоритми їх виділення.

### Висновки

Розроблено уточнену математичну модель динамічного підпису, що враховує його сегментну структуру.

Запропоновано методи попередньої і статистичної обробки динамічного підпису за уточненою моделлю. Результати обробки динамічного підпису на основі уточненої моделі вказують на суттєве підвищення точності та достовірності аутентифікації особи при врахуванні сегментації структури динамічного підпису. Основна складність при використанні математичної моделі, що враховує сегментну структуру, полягає у виборі адекватного методу сегментування динамічно введеного підпису.

### Література

1. Vishvjit S. Nalwa Automatic On-Line Signature Verification, Proceedings Of The IEEE, Vol. 85, No. 2, February 1997; <http://www.ieee.com/conferences/>
2. Mario E. Munich Camera-based id verification by signature tracking; <http://www.vision.caltech.edu/mariomu/research/pentrack/glance.html>
3. The Biometric Consortium. <http://www.biometrics.org/>
4. І.Бойко, С.Лупенко, А.Луцків Математичне моделювання та статистичні характеристики динамічного підпису для задач аутентифікації особи в інформаційних системах //Електроніка та системи управління. – 2006. - №2(8). С.27-37.
5. Я. Литвиненко, С. Лупенко, Л.Щербак. Статистичний метод визначення зонної структури електрокардіосигналу в автоматизованих діагностичних системах // Вісник Тернопільського державного технічного університету.- 2005.-Т. 10, №3. -С.144-154.

Одержано 26.06.2006 р.